

六自由度工业机器人运动可靠性分析*

MOTION RELIABILITY ANALYSIS OF A 6-DOF INDUSTRIAL ROBOT

李子依**¹ 丁力***¹ 马瑞¹ 段晋军²

(1. 江苏理工学院 机械工程学院, 常州 213001)

(2. 南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016)

LI ZiYi¹ DING Li¹ MA Rui¹ DUAN JinJun²

(1. School of Mechanical Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, China)

(2. College of Mechanical & Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

摘要 为评估六自由度工业机器人末端执行器在任务空间中作业的可靠性与精确性,提出了一种基于包络法的机器人运动可靠性分析策略。首先,通过运动学获得机器人系统的误差函数及可靠性模型。其次,采用包络法求解可靠性模型获得末端执行器的失效概率,并通过泰勒公式对误差函数进行线性化处理,同时,在计算过程中排除协方差矩阵中的冗余点,使其符合正定条件,提高包络线的准确性。最后,对所提方法进行了仿真分析,结果表明,包络法相对于蒙特卡洛法的误差为 0.5%~19.8%,验证了该方法的有效性。

关键词 工业机器人 运动可靠性 包络法 正态分布

中图分类号 TH39

Abstract In order to evaluate the reliability and accuracy of the end-effector of a six-degree-of-freedom industrial robot in the task space, a robot motion reliability analysis strategy based on the envelope method was proposed. Firstly, the error function and reliability model of the robot system was obtained through kinematics. Secondly, the envelope method was used to solve the reliability model to obtain the failure probability of the end-effector, and the error function was linearized by Taylor's formula, while redundant points in the covariance matrix were excluded in the calculation process to make it conform to the positive definite condition and improve the accuracy of the envelope. Finally, the proposed method was simulated and analyzed. The results show that the error of the envelope method compared with the Monte Carlo method is 0.5%~19.8%, which verifies the effectiveness of the method.

Key words Industrial robot; Kinematic reliability; Envelope method; Normal distribution

Corresponding author: DING Li, E-mail: nuaadli@163.com, Tel: +86-519-86953020, Fax: +86-519-86953020

The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 52375101, 52005231, 52205017), the Changzhou Social Development Science and Technology Support Project (No. CE20215050), the Jiangsu Province (University) Postgraduate Practice Innovation Program Project (No. XSJXC22_35), and the Jiangsu University "Youth and Blue Project".

Manuscript received 20221010, in revised form 20221213.

0 引言

当前,全球制造业正朝着智能化、柔性化、轻量化的方向发展,工业机器人作为智能装备的主力军,其高效可靠的作业能力已成为衡量一个国家研发能力和制造业水平的标志^[1-4]。然而,制造及装配误差、使用寿命、外部环境等因素的存在,会极大地影响工业机器人

的运动精度。因此,关于工业机器人运动可靠性的研究一直是学者们研究的热点^[5-6]。目前,常用的运动可靠性分析方法往往需要采集大量样本数据,时间成本和经济成本较高,另外,复杂的积分过程降低了计算效率,且计算精度有限。因此,兼顾效率和精度的可靠性研究是科研工作者面临的挑战^[7]。

* 20221010 收到初稿, 20221213 收到修改稿。国家自然科学基金项目 (52375101, 52005231, 52205017), 常州市社会发展科技支撑项目 (CE20215050), 江苏省 (校) 研究生实践创新计划项目 (XSJXC22_35), 江苏高校“青蓝工程”资助。

** 李子依, 女, 1998 年生, 河南周口人, 汉族, 江苏理工学院机械工程学院硕士研究生, 主要研究方向为机器人运动学。

*** 丁力 (通信作者), 男, 1989 年生, 江苏宜兴人, 汉族, 江苏理工学院机械工程学院副教授, 硕士研究生导师, 主要研究方向为机器人动力学与控制、人工智能。

近年来,学者们对机器人运动可靠性的研究进行了探索。例如,李彤等^[8]在剖析机器人实时运动精度波动问题时,将关节轴摩擦、齿轮间隙、连杆弹性变化等不确定性因素对末端执行器的影响映射至 Denavit-Hartenberg(D-H)参数中,并引入等效极值法获得了连杆参数对末端执行器位置定位精度的影响权重。CUI G H 等^[9]则基于概率论建立了信任模型,通过解析机器人位置定位误差模型,评估影响机器人运动精度的误差灵敏度规律。为进一步挖掘机械臂可靠性求解的新方法,ZHANG D 等^[10]克服了潜在不确定性因素对位置精度造成的误差,在分析机械臂可靠性时,分别对 x 、 y 、 z 三个方向的分量进行线性化处理,同时考虑固有参数在允许范围内的随机性,运用鞍点近似法计算运动可靠性,该方法在计算离散点的可靠度时具有显著效果。同样地,HUANG P 等^[11]建立了基于微分运动学的可靠性模型,运用解析法推导出位置误差分布函数,引入鞍点近似法解决非线性极限状态下的可靠度问题,结果表明,该方法在精度和效率方面均具有优越性。吴海森等^[12]采用非概率区间理论法对分布类型未知的各参数变量进行建模,运用蒙特卡洛法计算机器人可靠度,验证了该方法的有效性。然而,从现有文献来看,模型的建立及解析大都聚焦在位置误差上,为了更加系统地预测机器人运动对末端执行器姿态的影响,还需对其位姿可靠性进行进一步研究。

针对上述问题,本文将建立机器人末端执行器位姿误差模型,开展六自由度工业机器人运动可靠性的研究。首先对选取的机器人虚拟样机及结构简图进行系统建模,接着对机器人作业过程中产生的误差进行分析并建立运动可靠性模型,同时引入包络法对该模型进行解析,并运用多维正态分布函数计算出末端执行器的失效概率,最后通过仿真试验与蒙特卡洛法进行对比,验证该方法的可行性和高效性。

1 系统建模

1.1 运动学模型

以六自由度工业机器人为研究对象,图 1 为机器人虚拟样机及结构简图。采用改进 D-H 参数来描述其连杆坐标系,如表 1 所示,可以利用递推形式^[13]推导出末端执行器坐标系 $O_e X_e Y_e Z_e$ 在基坐标系 $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ 下的位姿描述:

$${}^0_e T = {}^0_1 T {}^1_2 T {}^2_3 T {}^3_4 T {}^4_5 T {}^5_6 T {}^6_e T \quad (1)$$

式中, ${}^{i-1}_i T (i = 1, 2, \dots, e)$ 为连杆变换矩阵。

机器人位姿误差基本由于运动学参数的不确定性造成的,这些因素通过机器人的关节空间映射至末端执行器。令 $\Delta a, \Delta \alpha, \Delta d$ 和 $\Delta \theta$ 为运动学参数误差,则变换矩阵 ${}^{i-1}_i T$ 的微分变换可以由基于微分运动学的

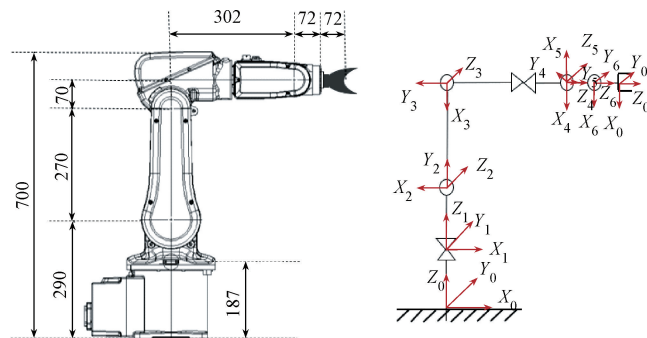


图 1 六轴工业机器人虚拟样机及结构简图

Fig. 1 Virtual prototype and structural sketch of the six-axis industrial robot

表 1 六自由度串联机器人 D-H 参数

Tab. 1 D-H parameters of the six-degree-of-freedom tandem robot

关节 Joint i	连杆长度 Linkage length a_{i-1}/mm	连杆转角 Connecting rod corner $\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	连杆偏距 Linkage pitch d_i/mm	关节角 Joint angle $\theta_i/(^{\circ})$	转角范围 Corner range [$\theta_{\min}, \theta_{\max}$]/($^{\circ}$)
1	0	0	290	θ_1	$[-165, 165]$
2	270	-90	0	θ_2	$[-110, 110]$
3	70	0	0	θ_3	$[-90, 70]$
4	0	90	302	θ_4	$[-160, 160]$
5	0	90	0	θ_5	$[-120, 120]$
6	0	90	72	θ_6	$[-400, 400]$
e	0	0	72	—	—

参数误差的线性组合来表示:

$$d_i^{i-1} T \approx \frac{\partial {}^{i-1}_i T}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial {}^{i-1}_i T}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i + \frac{\partial {}^{i-1}_i T}{\partial d_i} \Delta d_i + \frac{\partial {}^{i-1}_i T}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i \quad (2)$$

根据微分理论,机器人末端执行器在基坐标下的微分变换为

$$d_e^0 T = {}^0_e T \cdot \delta_e^0 T \quad (3)$$

式中, $\delta_e^0 T$ 为 ${}^0_e T$ 的误差矩阵。

机器人末端执行器的位姿误差模型为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_p \\ K_\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta \alpha \\ \Delta d \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中, $\Delta P, \Delta \delta$ 分别为末端执行器的位置误差和姿态误差向量; K_p, K_δ 分别为位置误差和姿态误差系数矩阵; $[\Delta a \ \Delta \alpha \ \Delta d \ \Delta \theta]^T$ 为各连杆几何参数误差向量。

1.2 运动可靠性模型

建立机器人运动可靠性模型需要分析机器人连杆参数的几何误差与末端执行器运动可靠性之间的数学关系,该误差指末端执行器经一系列运动后实际位姿 ψ_a 与理想位姿 ψ_i 之间的偏差^[14-15]。假设运动过程中

各变量服从正态分布,且连杆长度、连杆转角、连杆偏距的几何误差相互独立^[16],则误差模型可表示为

$$g(\mathbf{X}, \theta) = \psi_a(\mathbf{X}, \theta) - \psi_i(\theta) \quad (5)$$

式中, $\mathbf{X} = (X_i)_{i=1,n}$, n 由机器人的维数变量决定; $\psi_a(\mathbf{X}, \theta)$ 、 $\psi_i(\theta)$ 分别为末端执行器实际运动位姿和理想运动位姿。

运动过程产生的误差必须控制在允许误差内,以保证机器人能正常作业。如图 2 所示,在机器人运动过程中,理想路径(实线)与实际路径(虚线)会存在误差,由于该误差的产生与时间相关,所以可靠度可以理解为在一定的时间区域内机器人末端执行器达到期望值的概率^[17]。设机器人末端执行器的允许误差为 ε ,则在运动区间 $[t_0, t_e]$ 内,机器人运动有效概率,即可靠性模型为

$$R(t_0, t_e) = \Pr\{|g(\mathbf{X}, t)| \leq \varepsilon, \forall t \in [t_0, t_e]\} \quad (6)$$

则失效模型为

$$p_f(t_0, t_e) = \Pr\{|g(\mathbf{X}, t)| > \varepsilon, \exists t \in [t_0, t_e]\} \quad (7)$$

式中, $g(\mathbf{X}, t)$ 为机器人实际位姿误差。

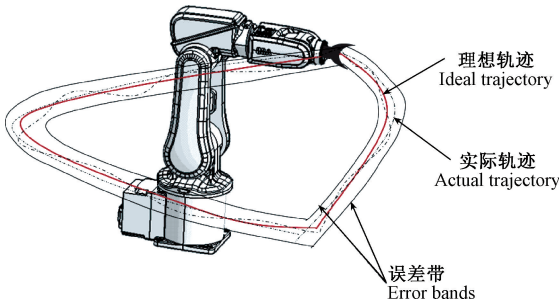


图 2 机器人运动轨迹图

Fig. 2 Motion trajectory diagram of the robot

2 可靠性模型求解

机器人在运动过程中产生的误差具有随机性,故求解该误差的概率密度函数是求解可靠性的关键。工业机器人的运动可靠性研究表明^[18],包络法在解决该问题上有较高的精度。该方法在计算机器人位姿变化过程中的可靠度时会产生与时间相关的包络函数,若能找到该函数的包络点,即可将函数的变量转化至与时间无关。

运动过程中产生的包络函数均在两条失效边缘线 $G^+(\mathbf{X}) = 0$ 和 $G^-(\mathbf{X}) = 0$ 之内,在 $[t_0, t_e]$ 内产生的函数形成的超曲面簇为 $g(\mathbf{X}, \cdot) = \varepsilon$, 函数曲线均包含或相切于失效边缘线,该状态如图 3 所示。由于任一曲面均与失效边缘相切,现取任意连续时间段 Δt 内的两个超曲面,则有

$$\begin{cases} g(\mathbf{X}, t) = \varepsilon \\ g(\mathbf{X}, t + \Delta t) = \varepsilon \end{cases} \quad (8)$$

进而有

$$\frac{g(\mathbf{X}, t + \Delta t) - g(\mathbf{X}, t)}{\Delta t} = 0 \quad (9)$$

由于

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{g(\mathbf{X}, t + \Delta t) - g(\mathbf{X}, t)}{\Delta t} = g'(\mathbf{X}, t) \quad (10)$$

则在 Δt 时间段内超曲面的平均变化率为 0。

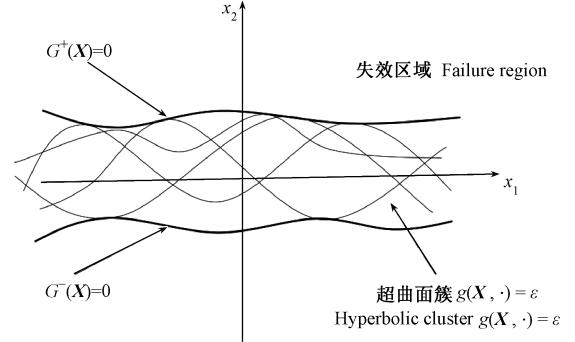


图 3 运动过程误差产生的包络函数

Fig. 3 Envelope function generated by the motion process error

包络函数表达式可表示为

$$\begin{cases} G^+(\mathbf{X}) \begin{cases} g(\mathbf{X}, t) = \varepsilon \\ g'(\mathbf{X}, t) = 0 \end{cases} \\ G^-(\mathbf{X}) \begin{cases} g(\mathbf{X}, t) = -\varepsilon \\ g'(\mathbf{X}, t) = 0 \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

以 $G^+(\mathbf{X})$ 为例,根据导函数可求出:

$$t = g'^{-1}(\mathbf{X}) \quad (12)$$

式中, $g'^{-1}(\mathbf{X})$ 表示 $g'(\mathbf{X})$ 关于 t 的反函数。

将式(12)代入式(11)的第 1 个式子可得

$$g[\mathbf{X}, g'^{-1}(\mathbf{X})] = \varepsilon \quad (13)$$

进而, $G^+(\mathbf{X})$ 、 $G^-(\mathbf{X})$ 的表达式可以表示为

$$\begin{cases} G^+(\mathbf{X}) = g[\mathbf{X}, g'^{-1}(\mathbf{X})] - \varepsilon = 0 \\ G^-(\mathbf{X}) = g[\mathbf{X}, g'^{-1}(\mathbf{X})] + \varepsilon = 0 \end{cases} \quad (14)$$

以 x 轴方向的位姿为例,在 x 轴方向的时变可靠度可表示为

$$R(t_0, t_e) = \Pr\{G^+(\mathbf{X}) < 0 \cap G^-(\mathbf{X}) > 0, \forall t \in [t_0, t_e]\} \quad (15)$$

式(15)中已不包含时间变量,但在求解可靠性的问题时仍需要求解 $g'^{-1}(\mathbf{X})$, 而求解反函数过程相对复杂,可通过在包络函数上选取多个点进行泰勒公式展开^[19],这一近似处理可在均值处完成,现对展开点的均值 μ 处进行解析可得

$$g(\mathbf{X}, t) \approx a_0(t) + \mathbf{a}(t)(\mu - \mathbf{X}) \quad (16)$$

其中,

$$\begin{cases} a_0(t) = \psi_a(\mu, t) - \psi_i(t) \\ \mathbf{a}(t) = \left(\frac{\partial \psi}{\partial X_i} \right)_{\mu} \Big|_{i=1,n} \end{cases} \quad (17)$$

由此可得出,包络函数由两部分组成: $a_0(t)$ 是以随机变量的均值计算所得,表示结构运动误差; $\mathbf{a}(t)$

是由随机变量偏离其均值引起的随机运动误差。

为了简化推导,现将随机变量 $\mathbf{X}$ 转化为由随机变量组成的向量 $\mathbf{U}$, 该向量服从标准正态分布, 即

$$\mathbf{U}_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad (18)$$

式中, σ_i 为 X_i 的标准差, 则

$$g(\mathbf{X}, t) \approx L(\mathbf{U}, t) = \mathbf{b}_0(t) + \mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{U} \quad (19)$$

其中,

$$\begin{cases} \mathbf{b}_0(t) = \mathbf{a}_0(t) \\ \mathbf{b}(t) = [\mathbf{b}_i(t)]_{i=1,n} = [\mathbf{a}_i(t)\sigma_i]_{i=1,n} \end{cases} \quad (20)$$

根据上述变换, 包络函数 $G^+(\mathbf{U})$ 和 $G^-(\mathbf{U})$ 的推导将由下列表达式替换, 以 $G^+(\mathbf{U})$ 为分析对象:

$$\begin{cases} L = \mathbf{b}_0(t) + \mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{U} = \varepsilon \\ \dot{L} = \dot{\mathbf{b}}_0(t) + \dot{\mathbf{b}}(t) \cdot \mathbf{U} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

$G^+(\mathbf{U})$ 转换为一簇线性函数 $L(\mathbf{U}, t) = \varepsilon$ 的包络函数, 该包络函数包含时间域 $[t_0, t_e]$ 中所有的失效区域。 $G^+(\mathbf{U})$ 的扩展点选取时应是包络函数与线性函数的交点且靠近原点^[20]。在 t 时刻, 展开点到包络线的距离最短, 对于线性函数 $L(\mathbf{U}, t) = \varepsilon$, 距离最短意味着 $\mathbf{U}$ 垂直于 $L(\mathbf{U}, t) = \varepsilon$, 换言之, $\mathbf{U}$ 和 L 在 $\mathbf{U}$ 处的梯度是共线的, 故有

$$\mathbf{U} = \frac{c\mathbf{b}(t)}{\sqrt{\mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{b}(t)}} \quad (22)$$

式中, c 为常数; $\frac{\mathbf{b}(t)}{\sqrt{\mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{b}(t)}}$ 为梯度方向上的单位向量。 $G^+(\mathbf{U}) = 0$ 应该同时满足式(22)和 $G^+(\mathbf{U}) = 0$ 。

根据式(21)的第1个式子可得

$$\mathbf{b}_0(t) + \frac{c\mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{b}(t)}{\sqrt{\mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{b}(t)}} = \varepsilon \quad (23)$$

经转换可得

$$c = \frac{\varepsilon - \mathbf{b}_0(t)}{\sqrt{\mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{b}(t)}} \quad (24)$$

则

$$\mathbf{U} = \frac{[\varepsilon - \mathbf{b}_0(t)]\mathbf{b}(t)}{\mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{b}(t)} \quad (25)$$

将式(25)代入式(21)的第2个式子可得

$$\dot{\mathbf{b}}_0(t) + (\varepsilon - \mathbf{b}_0(t)) \frac{\dot{\mathbf{b}}(t) \cdot \mathbf{b}(t)}{\mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{b}(t)} = 0 \quad (26)$$

式(26)是一个关于 t 的单变量方程, 求解 t 时并非一种解决方案。如式(8)所示, 在 t 处的运动误差应取正值, 因此在计算运动误差时需要消除在 t 处误差为负的解, 得到 t_i^+ 的值, 那么在 t_i^+ 处的表达式为

$$\mathbf{U}(t_i^+) = \frac{[\varepsilon - \mathbf{b}_0(t_i^+)]\mathbf{b}(t_i^+)}{\mathbf{b}(t_i^+) \cdot \mathbf{b}(t_i^+)} \quad (27)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, m^+$ 。

包络函数 $G^-(\mathbf{U})$ 的表达式为

$$\begin{cases} L = \mathbf{b}_0(t) + \mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{U} = -\varepsilon \\ \dot{L} = \dot{\mathbf{b}}_0(t) + \dot{\mathbf{b}}(t) \cdot \mathbf{U} = 0 \end{cases} \quad (28)$$

在展开点处的表达式为

$$\dot{\mathbf{b}}_0(t) - (\varepsilon + \mathbf{b}_0(t)) \frac{\dot{\mathbf{b}}(t) \cdot \mathbf{b}(t)}{\mathbf{b}(t) \cdot \mathbf{b}(t)} = 0 \quad (29)$$

此时, 应消除运动误差为正的解, 那么在 t_i^- 处的表达式为

$$\mathbf{U}(t_i^-) = -\frac{[\varepsilon + \mathbf{b}_0(t_i^-)]\mathbf{b}(t_i^-)}{\mathbf{b}(t_i^-) \cdot \mathbf{b}(t_i^-)} \quad (30)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, m^-$, 由于 $\mathbf{b}_0$ 、 $\mathbf{b}$ 、 $\dot{\mathbf{b}}_0$ 和 $\dot{\mathbf{b}}$ 可以用解析法求得, 所以使用数值法求解 t_i^+ 和 t_i^- 并非难题, 现包络函数 $G^+(\mathbf{U}) = 0$ 和 $G^-(\mathbf{U}) = 0$ 分别由超曲面 $L[\mathbf{U}(t_i^+)] = \varepsilon$ 和 $L[\mathbf{U}(t_i^-)] = -\varepsilon$ 近似表达。其中, i 分别取值 $1, 2, \dots, m^+$ 和 $1, 2, \dots, m^-$, 进而机器人的轴向位姿表达式可以表示为

$$R = \Pr\left\{\left[\bigcap_{i=1}^{m^+} L(\mathbf{U}, t_i^+) < \varepsilon\right] \cap \left[\bigcap_{i=1}^{m^-} L(\mathbf{U}, t_i^-) > -\varepsilon\right]\right\} \quad (31)$$

需要考虑两时间端点 t_0 和 t_e , 将其定义为一个符号函数 $s(t_i)$, 表达式为

$$s(t_i) = \begin{cases} +1, & t_i = t^+ \\ -1, & t_i = t^- \\ +1, & t_i = t_0 \text{ or } t_e, L(\mathbf{U}, t_i) \geq 0 \\ -1, & t_i = t_0 \text{ or } t_e, L(\mathbf{U}, t_i) < 0 \end{cases} \quad (32)$$

那么, 运动可靠性模型可以表示为

$$R = \Pr\left\{\bigcap_{i=1}^m s(t_i)L(\mathbf{U}, t_i) < \varepsilon_i\right\} \quad (33)$$

式中, $m = m^+ + m^- + 2$; t_i 包括 t_0 、 t_i^+ 、 t_i^- 和 t_e ; $\varepsilon_i = s_i\varepsilon$ 。

3 可靠性估算

通过上述推导, 可靠度可以通过多元正态分布函数的均值 $\boldsymbol{\mu}$ 和协方差 Σ 或 $\Phi_m(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\mu}, \Sigma)$ 表示:

$$\boldsymbol{\mu} = [s(t_i)\boldsymbol{\mu}_L(t_i)]_{i=1,m} = [s(t_i)\mathbf{b}_0(t_i)]_{i=1,m} \quad (34)$$

$$\Sigma = (\sigma_{ij})_{i,j=1,m} \quad (35)$$

式中, σ_{ij} 为 $s(t_i)L(\mathbf{U}, t_i)$ 和 $s(t_j)L(\mathbf{U}, t_j)$ 的协方差。根据式(18)可得

$$\sigma_{ij} = s(t_i)s(t_j)\mathbf{b}(t_i)\mathbf{b}(t_j) \quad (36)$$

为使 Σ 为有效协方差矩阵, Σ 须正定^[21], 即 Σ 矩阵的秩应等于 m , 这也就意味着线性误差函数 $L[\mathbf{U}(t_i)]$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 应该是独立的, 对于不满足该要求的时间展开点将会被舍弃。

如图4所示, $\mathbf{U}(t_1^+)$ 、 $\mathbf{U}(t_2^+)$ 和 $\mathbf{U}(t_3^+)$ 是包络函数的3个展开点, 在展开点处的切线如图4所示, 联合失

效区域 $L[U(t_1^+)] < \varepsilon \cap L[U(t_2^+)] < \varepsilon$ 与可靠区域 $L[U(t_1^+)] < \varepsilon \cap L[U(t_2^+)] < \varepsilon \cap L[U(t_3^+)] < \varepsilon$ 等效。展开点 $U(t_3^+)$ 的切线距离实际包络线最远,因此失效概率 $\Pr\{L[U(t_3^+)]\}$ 最小。在计算可靠性时,各展开点间相互独立,且 $L[U(t_1^+)] < \varepsilon \cap L[U(t_2^+)] < \varepsilon$ 使得 $L[U(t_3^+)] < \varepsilon$, 因此,展开点 $U(t_3^+)$ 属于冗余点,如果将多余的点保留,协方差矩阵将不是正定矩阵,去除冗余点后,包络函数可分别通过在 $U(t_1^+)$ 和 $U(t_2^+)$ 的切线近似表达。由于展开点最多为协方差矩阵 Σ 的秩的个数 r , 若有冗余的点,需要消除 $m - r$ 个时间点,若消除另一个点保留 $U(t_3^+)$, 亦可以使协方差正定,但包络线的准确性将会降低,那么可靠性分析也会存在较大的误差^[22]。基于上述原因,排除失效率较小的点后,可以得到点失效概率为

$$p_f(t_i) = \Pr\{s(t_i)L(U, t_i) > \varepsilon\} = \Pr\{s(t_i)[b_0(t_i) + b(t)U] > \varepsilon\} = 1 - \Phi\left\{\frac{s(t_i)[\varepsilon - b_0(t_i)]}{\sqrt{b(t_i) \cdot b(t_i)}}\right\} \quad (37)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, m$, 计算 m 个展开点的失效概率并将其降序排列后,将会产生新的点失效概率 $p_f(t'_i)$ 。在此保留 r 个展开点即可得到新的均值向量为

$$\mu' = s(t'_i)b_0(t'_i) \quad (38)$$

新的协方差矩阵为

$$\Sigma' = \sigma'_{ij} \quad (39)$$

式中, $\sigma'_{ij} = s(t'_i)s(t'_j)b_0(t'_i)b_0(t'_j)$ 。可靠性的多元正态累积分布函数可以通过数值积分法计算得出:

$$R(t_0, t_e) = \int_0^{\varepsilon'} \frac{1}{(2\pi)^{r/2} |\Sigma'|} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mu')(\Sigma')^{-1}(\mathbf{x} - \mu')^T\right] d\mathbf{x} \quad (40)$$

求解过程流程图如图 5 所示。

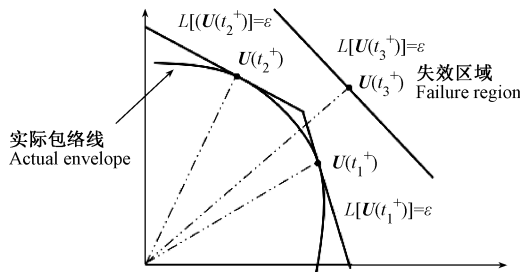


图 4 $L(U, t) = \varepsilon$ 在 t_i^+ 的展开点

Fig. 4 Unfolding point of $L(U, t) = \varepsilon$ at t_i^+

一般而言,当获得指定公差的可信性数值时,可以依据行业质量指标对机器人性能进行评估。其中,六西格玛原则对产品精度提出的要求为可靠性 $\geq 99.999\,66\%$, 满足该要求则意味着产品几乎不会出现缺陷。

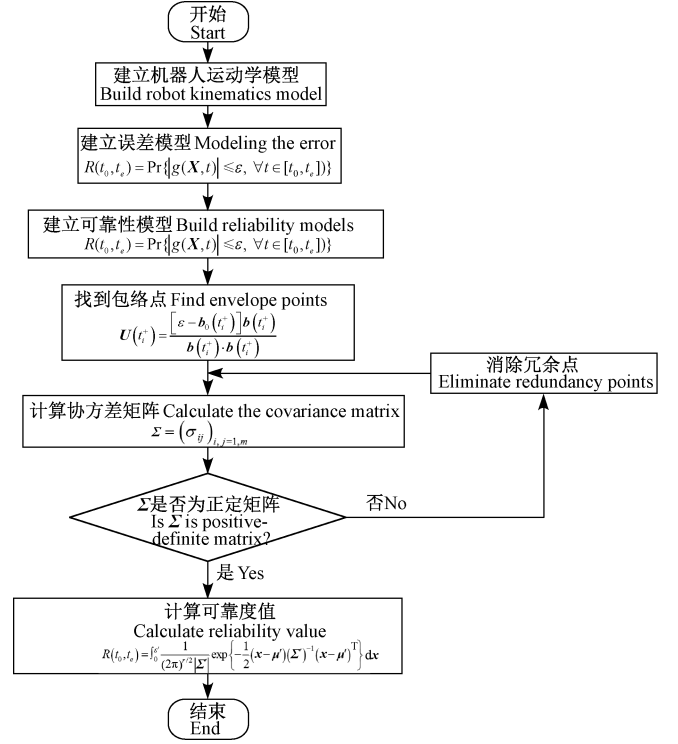


图 5 可靠度求解流程

Fig. 5 Flow chart of reliability solution

4 实例分析

4.1 研究对象

以 ABB IRB120 型六自由度机器人为例,对末端执行器作业轨迹进行分析,验证运用包络法求解可靠性的可行性和高效性。设机器人末端执行器初始位置为 $[0.391\,76, 0.003\,72, 0.615\,12]$, 终止位置为 $[0.504\,67, 0.099\,06, 0.111\,67]$, 使用三次多项式进行插值运算,求解出间隔均匀的关节角数组,对该轨迹进行可视化,如图 6 所示。

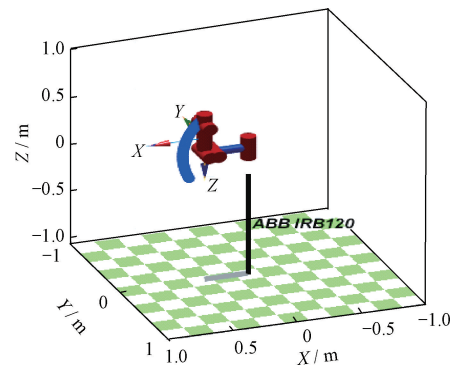


图 6 机器人三维运动轨迹

Fig. 6 3D motion trajectory of the robot

蒙特卡洛法^[23]是计算精确度的常用方法,以该方法作为参考比较包络法与其运行结果的一致程度。其中,蒙特卡洛法的精确度与样本点的数量密切相关,现取 50 000 个样本点,将落在误差球之外的样本点视为

失效样本。通过蒙特卡洛法估算机器人末端执行器的可达范围,通过仿真试验对比在同一精度下蒙特卡洛法失效概率和运行时间以评价包络法的性能。

4.2 机器人可靠性评估

根据已知变量的均值和方差,运用可靠模型式(6)、式(7)计算末端执行器在不同位姿的失效概率。在运算过程中各变量的均值方差对应相等,即在包络法与蒙特卡洛法初始条件相同的条件下比较两者的拟合程度。仿真结果如图 7、图 8 所示,使用包络法和蒙特卡洛法的吻合程度较高,说明运用包络法计算末端执行器可靠度具有可行性,且机器人末端执行器位姿的参考精度越高,包络法与蒙特卡洛法的失效概率相近且均减小,说明失效率受误差精度的影响。

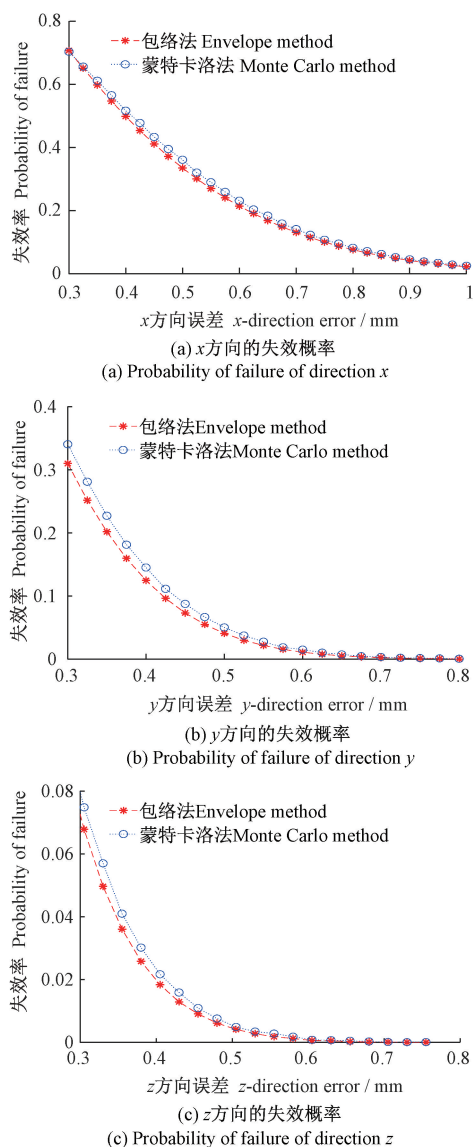


图 7 末端执行器位置可靠度

Fig. 7 Position reliability of the end-effector

由表 2 可以看出,在位置方向,同一变量且标准差及均值相同的条件下,蒙特卡洛法的计算时间是包络

法的 2~6 倍。

表 2 位置方向计算时间

Tab. 2 Calculation time of the position direction

位置方向 Location direction	包络法 Envelope method/s	蒙特卡洛法 Monte Carlo method/s
x	38.818 184	100.396 37
y	23.128 836	104.908 10
z	18.921 672	100.234 59

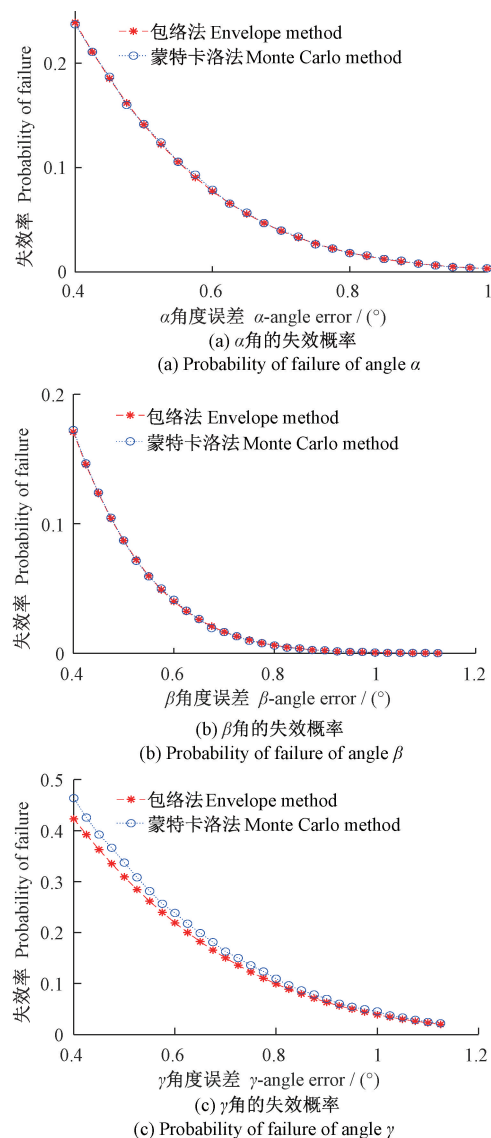


图 8 末端执行器姿态可靠度

Fig. 8 End-effector posture reliability

由表 3 可以看出,在姿态方向,同一变量的标准差及均值相同的条件下,选取 30 个点进行模拟时,蒙特卡洛法需要 120 s 左右,而包络法大约只需 0.1 s。在运用包络法计算姿态可靠度时,与位置方向的不同之处在于机器人末端执行器位置体现形式为空间点坐标,姿态体现为三维矩阵形式,因此需要舍弃失效率小的点使协方差矩阵正定。

表 3 姿态方向计算时间

Tab. 3 Attitude direction calculation time

姿态方向 Posture direction	包络法 Envelope method/s	蒙特卡洛法 Monte Carlo method/s
α	0.083 328	119.498 15
β	0.072 570	119.354 65
γ	0.071 282	118.366 07

通过比较包络法和蒙特卡洛法在不同位姿参考精度下失效率的差值可以看出,两者产生的差值超过 90% 的概率分布在 $\pm 3 \times 10^{-2}$ 区域,相对误差的范围为 0.5%~19.8%,如图 9 所示。这说明运用包络法计算可靠度所产生的估计偏差在正常波动范围,证明运用包络法计算可靠度的可行性。

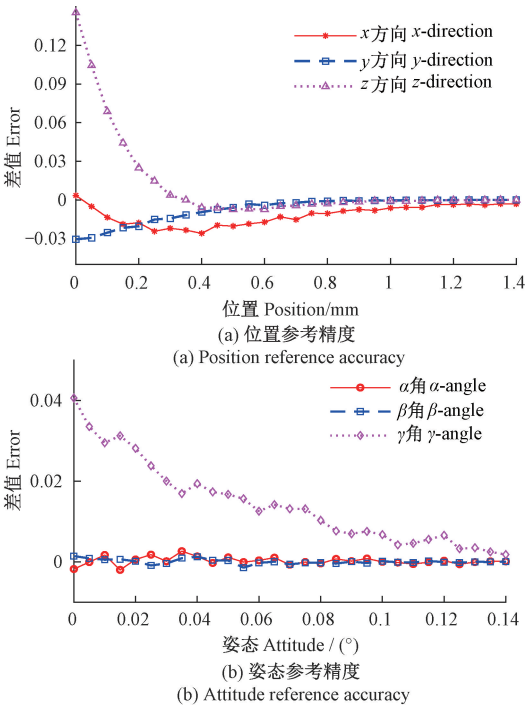


图 9 包络法相对于 MCS 的位姿可靠度误差

Fig. 9 Position reliability error of envelope method relative to MCS

5 结论

本文以六自由度工业机器人为研究对象,建立末端执行器轨迹的误差模型和可靠性模型,并运用包络法求解该轨迹的失效率,得出如下结论:

1) 运用微分运动学分析末端执行器相对于固定参考系的位姿矩阵,结合机器人本体的运动误差参数,推导出末端执行器轨迹的误差模型,进而建立基于正态分布变量的机器人末端轨迹可靠性模型。

2) 引入包络法对可靠性模型进行求解,得出机器人末端执行器的可靠度,该方法在求解过程中对所产生的包络函数中的多个点进行了泰勒公式展开,这一近似处理可以简化求解过程,相对于蒙特卡洛法时间效率提升 2~6 倍。

3) 仿真结果表明,与蒙特卡洛法相比,运用包络法计算运动可靠度时,末端执行器轨迹失效率的绝对误差可控制在 $\pm 0.3 \times 10^{-2}$ 区域内,相对误差的范围为 0.5%~19.8%,且提高了计算效率。因此,在计算机器人末端执行器位姿可靠度时使用包络法更有效。

4) 由于在仿真过程中未考虑不确定性因素对机器人造成的影响,因此在今后的科研过程中将重点研究不确定性因素存在时的运动可靠性。

参考文献 (References)

[1] 王 帅,高 鹏,刘 畅,等. 基于时域-误差模型的运动时变可靠性研究[J]. 机械强度, 2020, 42(4): 869-874.
WANG Shuai, GAO Peng, LIU Chang, et al. Research on time-dependent kinematic reliability based on time domain error model [J]. Journal of Mechanical Strength, 2020, 42(4): 869-874 (In Chinese).

[2] LARA-MOLINA F A, DUMUR D. Global performance criterion of robotic manipulator with clearances based on reliability[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2020, 42(12): 1-13.

[3] WU J H, ZHANG D Q, LIU J, et al. A computational framework of kinematic accuracy reliability analysis for industrial robots [J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 82: 189-216.

[4] 潘敬锋, 訾 斌, 王正雨, 等. 基于试验与仿真联合分析的喷涂机器人轨迹精度可靠性研究[J]. 机械工程学报, 2020, 56(19): 210-220.
PAN JingFeng, ZI Bin, WANG ZhengYu, et al. Research on reliability of spray robot trajectory accuracy based on conjoint analysis of experiment and simulation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(19): 210-220 (In Chinese).

[5] WANG L, ZHANG X F, ZHOU Y J J. An effective approach for kinematic reliability analysis of steering mechanisms[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2018, 180: 62-76.

[6] 王兴东, 郭东生, 张加波, 等. 平面轨迹机构多目标的运动精度可靠性评价[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2019, 47(5): 45-50.
WANG XingDong, GUO DongSheng, ZHANG JiaBo, et al. Evaluation on motion accuracy reliability of planar path mechanism with multi-objective[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2019, 47(5): 45-50 (In Chinese).

[7] 王海芳, 皇甫一樊, 张 恒, 等. 两种典型串、并联机器人速度精度可靠性分析[J]. 中国工程机械学报, 2019, 17(2): 166-171.
WANG HaiFang, HUANGFU YiFan, ZHANG Heng, et al. Speed accuracy reliability analysis of two typical serial and parallel robots [J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2019, 17(2): 166-171 (In Chinese).

[8] 李 彤, 贾庆轩, 陈 钢, 等. 面向轨迹跟踪任务的机器人运动可靠性评估[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(12): 2556-2561.
LI Tong, JIA QingXuan, CHEN Gang, et al. Motion reliability assessment of robot for trajectory tracking task [J]. Systems

- Engineering and Electronics, 2014, 36 (12): 2556-2561 (In Chinese).
- [9] CUI G H, ZHANG H Q, ZHANG D, et al. Analysis of the kinematic accuracy reliability of a 3-DOF parallel robot manipulator [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2015, 12 (2): 137-152.
- [10] ZHANG D Q, HAN X. Kinematic reliability analysis of robotic manipulator [J]. Journal of Mechanical Design, 2020, 142 (4): 044502-1.
- [11] HUANG P, HUANG H Z, LI Y F, et al. Positioning accuracy reliability analysis of industrial robots based on differential kinematics and saddlepoint approximation [J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 162: 104367.
- [12] 吴海森, 曹雪山, 王 凯, 等. 基于非概率区间理论的工业机器人运动可靠性研究 [J]. 机械设计与研究, 2021, 37 (2): 40-44.
WU HaiMiao, CAO XueShan, WANG Kai, et al. Evaluation of industrial robot motion reliability based on non-probability interval theory [J]. Machine Design & Research, 2021, 37 (2): 40-44 (In Chinese).
- [13] 刘 勤, 姬广振, 曹璞琳, 等. 基于故障物理的复杂机械系统可靠性设计分析技术 [J]. 兵工学报, 2022, 43 (S1): 189-195.
LIU Qin, JI GuangZhen, CAO PuLin, et al. Reliability design and analysis method for complex mechanical system based on physics of failure [J]. Acta Armamentarii, 2022, 43 (S1): 189-195 (In Chinese).
- [14] ZHANG D Q, PENG Z Y, NING G S, et al. Positioning accuracy reliability of industrial robots through probability and evidence theories [J]. Journal of Mechanical Design, 2020, 143 (1): 1-30.
- [15] 王海芳, 张 恒, 皇甫一樊, 等. 码垛机器人运动精度可靠性及其灵敏度分析 [J]. 中国工程机械学报, 2016, 14 (6): 475-480.
WANG HaiFang, ZHANG Heng, HUANGFU YiFan, et al. Reliability and sensitivity analysis on motional precision for palletizing robots [J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2016, 14 (6): 475-480 (In Chinese).
- [16] 王 伟, 王 进, 陆国栋. 基于四阶矩估计的机器人运动可靠性分析 [J]. 浙江大学学报 (工学版), 2018, 52 (1): 1-7.
WANG Wei, WANG Jin, LU GuoDong. Reliability analysis of manipulator based on fourth-moment estimation [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2018, 52 (1): 1-7 (In Chinese).
- [17] WU J H, ZHANG D Q, LIU J, et al. A moment approach to positioning accuracy reliability analysis for industrial robots [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2019, 69 (2): 1-16.
- [18] FERNANDEZ A, BALEANU D. The mean value theorem and Taylor's theorem for fractional derivatives with Mittag-Leffler kernel [J]. Advances in difference Equations, 2018, 2018 (1): 86.
- [19] CHEN F, LI X L, SHE X, et al. Joint probability method to time-dependent reliability for planar path mechanisms [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53 (15): 119-124.
- [20] 陈 放, 李欣玲, 余 霞, 等. 平面轨迹机构时变可靠性分析的联合概率方法 [J]. 机械工程学报, 2017, 53 (15): 119-124.
CHEN Fang, LI XinLing, SHE Xia, et al. Joint probability method to time-dependent reliability for planar path mechanisms [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53 (15): 119-124 (In Chinese).
- [21] WU H N, CUI G H, CHEN P, et al. Motion reliability evaluation of six-axes robot based on non-probability interval theory [J]. International Journal of Vehicle Design, 2020, 84 (1/2/3/4): 238-257.
- [22] DU X P. Time-dependent mechanism reliability analysis with envelope functions and first-order approximation [J]. Journal of Mechanical Design, 2014, 136 (8): 081010-1.
- [23] 吴锦辉, 陶友瑞. 工业机器人定位精度可靠性研究现状综述 [J]. 中国机械工程, 2020, 31 (18): 2180-2188.
WU JinHui, TAO YouRui. Review on research status of positioning accuracy reliability of industrial robots [J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31 (18): 2180-2188 (In Chinese).